1157315

THREE YEAR B.A./B.Sc. DEGREE EXAMINATION, AUGUST -2021

CHOICE BASED CREDIT SYSTEM

FIRST SEMESTER

PART - II : MATHEMATICS

Paper - I : Differential Equations

(Under CBCS New Regulation W.e.f. the academic year 2020-21)

Time : 3 Hours **Max. Marks : 75**

SECTION - A

విభాగం - ఎ

Answer any **Five** of the following questions. Each question carries **5** marks. **(5×5=25)**

ఏవైనా **ఐదు** ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయండి. ప్రతి ప్రశ్నకు **5** మార్కులు.

1. Solve $\frac{dy}{dx}+2xy=e^{-x^2}$. **(5)**

$\frac{dy}{dx}+2xy=e^{-x^2}$ ను సాధించండి.

2. Solve $ydx-xdy+\log x\,dx=0$. **(5)**

$ydx-xdy+\log x\,dx=0$ ను సాధించండి.

3. Solve $x^2(y-px)=p^2y$. **(5)**

$x^2(y-px)=p^2y$ ను సాధించండి.

4. Find the particular value of $\frac{1}{(D-2)(D-3)}e^{2x}$. **(5)**

$\frac{1}{(D-2)(D-3)}e^{2x}$ యొక్క ప్రత్యేక సమాకలనిని కనుగొనండి.

5. Solve $\left(D^2+4\right)y=\sin 2x$. (5)

$\left(D^2+4\right)y=\sin 2x$ ను సాధించండి.

6. Solve $\left(D^2-2D+1\right)y=x^2e^{3x}$. (5)

$\left(D^2-2D+1\right)y=x^2e^{3x}$ ను సాధించండి.

7. Solve $\left(D^2-4\right)y=x^2$. (5)

$\left(D^2-4\right)y=x^2$ ను సాధించండి.

8. Solve $\left[(5+2x)^2D^2-6(5+2x)D+8\right]y=0$. (5)

$\left[(5+2x)^2D^2-6(5+2x)D+8\right]y=0$ ను సాధించండి.

SECTION - B

Answer **All** the questions. Each question carries **Ten** marks. **(5×10=50)**

అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము. ప్రతి ప్రశ్నకు **10** మార్కులు.

9. a) Solve $\left(x^2+y^2+2x\right)dx+2y\,dy=0$. (10)

$\left(x^2+y^2+2x\right)dx+2y\,dy=0$ ను సాధించండి.

(OR/లేదా)

b) Solve $\left(y-e^{\sin^{-1}x}\right)\frac{dx}{dy}+\sqrt{1-x^2}=0, |x|<1$. (10)

$\left(y-e^{\sin^{-1}x}\right)\frac{dx}{dy}+\sqrt{1-x^2}=0, |x|<1$ ను సాధించండి.

10. a) Solve $y^2\log y=xpy+p^2$. (10)

$y^2\log y=xpy+p^2$ ను సాధించండి.

(OR/లేదా)

b) Solve $y+px=p^2x^4$. (10)

$y+px=p^2x^4$ ను సాధించండి.

11. a) Solve $\frac{d^2y}{dx^2}+4y=e^x+\sin 2x+\cos 2x$. (10)

$\frac{d^2y}{dx^2}+4y=e^x+\sin 2x+\cos 2x$ ను సాధించండి.

(OR/లేదా)

b) Solve $\left(D^2-3D+2\right)y=\cosh x$. (10)

$\left(D^2-3D+2\right)y=\cosh x$ ను సాధించండి.

12. a) Solve $\left(D^2-4D+4\right)y=8x^2e^{2x}\sin 2x$. (10)

$\left(D^2-4D+4\right)y=8x^2e^{2x}\sin 2x$ ను సాధించండి.

(OR/లేదా)

b) Solve $\frac{d^2y}{dx^2}-6\frac{dy}{dx}+13y=8e^{3x}\sin 2x$. (10)

$\frac{d^2y}{dx^2}-6\frac{dy}{dx}+13y=8e^{3x}\sin 2x$ ను సాధించండి.

13. a) Solve $\left(D^2-2D\right)y=e^x\sin x$ by the method of variation of parameters. (10)

పరామితుల మార్పు పద్ధతిని ఉపయోగించి $\left(D^2-2D\right)y=e^x\sin x$ ను సాధించండి.

(OR/లేదా)

b) Solve $x^2\frac{d^2y}{dx^2}-3x\frac{dy}{dx}+5y=x^2\sin(\log x)$. (10)

$x^2\frac{d^2y}{dx^2}-3x\frac{dy}{dx}+5y=x^2\sin(\log x)$ ను సాధించండి.

THREE YEAR B.A./B.Sc./B.Sc. DEGREE EXAMINATION,OCTOBER-2022

CHOICE BASED CREDIT SYSTEM

SECOND SEMESTER

PART - II : MATHEMATICS

PAPER - II : Three Dimensional Analytical Solid Geometry

(Under CBCS New Regulation W.e.f. the academic year 2020-21)

Time : 3 Hours **Max. Marks : 75**

SECTION - A

విభాగము - ఎ

Answer any **Five** of the following questions. Each question carries **equal** marks(5×5=25)

ఏవైనా **ఐదు** ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము. ప్రతి ప్రశ్నకు **సమాన** మార్కులు.

1. Find the equation of a plane which passing through (2, 2,1) (9, 3, 6) and is perpendicular to the plane $2x+6y+6z=9$. **(5)**

   (2, 2,1) (9, 3, 6) బిందువుల గుండాపోతూ $2x+6y+6z=9$ అనే తలానికి లంబంగా ఉన్న తలము సమీకరణమును కనుగొనుము.

2. A plane meets the coordinates axes in A,B,C. If the centroid of the Δ ABC is the point (a,b,c). Show that the equation of the plane is $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=3$. **(5)**

   ఒక తలా నిరూపకాక్షలను A,B,C ల వద్ద తాకుచున్నది. Δ ABC యొక్క కేంద్రా భానము (a,b,c) అయితే, తలము సమీకరణము $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=3$ అని చూపుము.

3. Find the image of the point (1,-2,3) in the plane $2x-3y+2z+3=0$. **(5)**

   $2x-3y+2z+3=0$ తలంలో (1,-2,3) బిందువు యొక్క ప్రతిబింబము కనుగొనుము.

4. Find the equation of the line through (1,2,3) and parallel to the line x-y+2z=5, 3x+y+z=6.**(5)**

   (1,2,3) బిందువు గుండాపోతూ x-y+2z=5, 3x+y+z=6 రేఖకు సమాంతరంగా ఉన్న రేఖా సమీకరణాన్ని కనుగొనుము.

5. Find the radius and centre of the circle of intersection of the sphere $x^2+y^2+z^2-2y-4z=11$ and the plane $x+2y+2z=15$. (5)

గోళము $x^2+y^2+z^2-2y-4z=11$ మరియు తలము $x+2y+2z=15$ సమీకరణాలు సూచించే వృత్తం కేంద్రం, వ్యాసార్థము కనుక్కోండి.

6. Show that the plane $2x-2y+z+12=0$ touches the sphere $x^2+y^2+z^2-2x-4y+2z-3=0$ and find the point of contact. (5)

$x^2+y^2+z^2-2x-4y+2z-3=0$ అనే గోళాన్ని $2x-2y+z+12=0$ తలము స్పృశిస్తుందని చూపి దాని స్పర్శబిందువు కనుగొనుము.

7. Find the equation to the cone which passes through the three coordinate axes and the lines $\frac{x}{1}=\frac{y}{-2}=\frac{z}{3}$ *and* $\frac{x}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z}{1}$. (5)

నిరూపకక్షాల గుండాపోతూ, $\frac{x}{1}=\frac{y}{-2}=\frac{z}{3}$ మరియు $\frac{x}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z}{1}$ జనక రేఖలు గల శంకువు సమీకరణమును కనుగొనుము.

8. Show that the reciprocal cone of $ax^2+by^2+cz^2=0$ is the cone $\frac{x^2}{a}+\frac{y^2}{b}+\frac{z^2}{c}=0$ (5)

$ax^2+by^2+cz^2=0$ అను శంకువు యొక్క విలోమ శంకువు $\frac{x^2}{a}+\frac{y^2}{b}+\frac{z^2}{c}=0$ అని చూపండి.

SECTION - B

విభాగము - బి

Answer All the questions. Each question carries 10 marks. **(5×10=50)**

అన్ని ప్రశ్నకు సమాధానములు వ్రాయుము. ప్రతి ప్రశ్నకు 10 మార్కులు.

9. a) A variable plane is at a constant distance p from the origin and meets the axes in A,B and C show that the locus of the Centroid of the tetrahedron OABC is $x^{-2}+y^{-2}+z^{-2}=16p^{-2}$. (10)

ఒక చర తలము మూల బిందువు నుంచి p స్థిర దూరంలో ఉండి, నిరూపకా క్షాలను A,B మరియు C బిందువుల వద్ద ఖండిస్తే, చతుర్ముఖి OABC యొక్క కేంద్ర భాన బిందువథం $x^{-2}+y^{-2}+z^{-2}=16p^{-2}$ అని చూపండి.

(OR/లేదా)

b) Find the bisecting planes of acuts angle between the planes $3x-2y+6z+2=0,\ 2x-y+2z+2=0$.

$3x-2y+6z+2=0,\ 2x-y+2z+2=0$ అనే తలాల మధ్య లఘుకోణాన్ని సమద్విఖండన చేసే తలమును కనుగొనుము.

10\. a) Show that the lines $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-3}=\frac{z+10}{8}$ and $\frac{x-4}{1}=\frac{y+3}{-4}=\frac{z+1}{7}$ are coplaner. Find their point of intersection and the plane containing the lines. **(10)**

$\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-3}=\frac{z+10}{8}$ and $\frac{x-4}{1}=\frac{y+3}{-4}=\frac{z+1}{7}$ సతలీయాలు అని నిరూపించి, ఆరేఖల ఖండన బిందువులను మరియు అని కలిగి ఉండే తలాన్ని కనుక్కోండి.

(OR/లేదా)

b) Find the shortest distance and the equations of shortest distance between the lines

$\frac{x-2}{3}=\frac{y-3}{4}=\frac{z-1}{2};\frac{x-4}{4}=\frac{y-3}{5}=\frac{z-2}{3}$.

$\frac{x-2}{3}=\frac{y-3}{4}=\frac{z-1}{2};\frac{x-4}{4}=\frac{y-3}{5}=\frac{z-2}{3}$ పై రెండు సరళ రేఖల మధ్య అత్యల్ప దూరము మరియు దాని సమీకరణములు కనుగొనుము.

11\. a) Find the equation of the sphere which touches the plane 3x+2y-z=0 at (1,-2,1) cuts orthogonally the sphere $x^2+y^2+z^2-4x+6y+4=0$. **(10)**

$x^2+y^2+z^2-4x+6y+4=0$ గోళాన్ని లంబంగా ఖండిస్తు (1,-2,1) వద్ద 3x+2y-z=0 తలాన్ని స్పృశించే గోళము సమీకరణమును కనుగొనుము.

(OR/లేదా)

b) Prove that the circles $x^2+y^2+z^2-2x+3y+4z-5=0, 5y+6z+1=0;$

$x^2+y^2+z^2-3x-4y+5z-6=0, x+2y-7z=0$ lie on the same sphere and find its equation.

$x^2+y^2+z^2-2x+3y+4z-5=0, 5y+6z+1=0;$

$x^2+y^2+z^2-3x-4y+5z-6=0, x+2y-7z=0$ పైన ఇవ్వబడిన వృత్తాలు ఒకే గోళంపై ఉంటాయని చూపి ఆ సమీకరణమును కనుగొనుము.

12. a) Find the limiting points of the coaxial system of spheres of which two members are $x^2+y^2+z^2+3x-3y+6=0, x^2+y^2+z^2-6y-6z+6=0$. **(10)**

$x^2+y^2+z^2+3x-3y+6=0, x^2+y^2+z^2-6y-6z+6=0$ అనే సహతల గోళాల యొక్క అవధి బిందువులను కనుగొనుము.

(OR/లేదా)

b) Find the equation to the cone with vertex at (1,1,1) whose guiding curve is $x^2+y^2=4, z=2$.

(1,1,1) బిందువు శీర్షంగాను, $x^2+y^2=4, z=2$ అనేది భూవక్రంగా గల శంకువు సమీకరణాన్ని కనుగొనుము.

13. a) Prove that the equation $\sqrt{fx} \pm \sqrt{gy} \pm \sqrt{hz} = 0$ represents a cone that touches the coordinate planes and find its reciprocal cone. **(10)**

$\sqrt{fx} \pm \sqrt{gy} \pm \sqrt{hz} = 0$; నిరూపక తలాలను స్పృశించే శంఖువని చూపి, దీని వ్యుత్క్రమ శంకువు సమీకరణము కనుక్కోండి.

(OR/లేదా)

b) Find the vertex of the cone $7x^2+2y^2+2z^2-10zx+10xy+26x-2y+2z-17=0$

$7x^2+2y^2+2z^2-10zx+10xy+26x-2y+2z-17=0$ అను శంకంవునకు శీర్షం కనుక్కోండి.

THREE YEAR B.A./B.Sc. DEGREE EXAMINATION, MAY -2022

CHOICE BASED CREDIT SYSTEM

THIRD SEMESTER

PART - II : MATHEMATICS

PAPER - III : ABSTRACT ALGEBRA

(Under CBCS New Regulation w.e.f. the academic year 2021-2022)

Time : 3 Hours **Max. Marks : 75**

SECTION - A

విభాగము - ఎ

Answer any Five questions. Each question carries five marks. (5×5=25)

క్రింది ప్రశ్నలలో ఏవైనా ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానాలు వ్రాయండి. ప్రతి ప్రశ్న ఐదు మార్కులను కలిగి ఉంటుంది.

1. Prove that the set $G = \{1,3,7,9\}$ is an abelian group with respect to X_{10}.
   సమితి $G = \{1,3,7,9\}$ అనేది X_{10} దృష్ట వినిమయ సమూహము అని నిరూపించండి.

2. Prove that cancellation laws are hold in a group.
   సమూహములో కొట్టివేత న్యాయాలు పాటించబడతాయి అని నిరూపించండి.

3. Define coset and find all cosets of the subgroup '$4\mathbb{Z}$' of the group $(\mathbb{Z},+)$
   సహ సమితిని నిర్వచించి, $(\mathbb{Z},+)$ సమూహములో ఉపసమూహము '$4\mathbb{Z}$' యొక్క సహ సమితులను కనుగొనండి.

4. Prove that the intersection of two subgroups of a group is again a subgroup of that group.
   ఒక సమూహము యొక్క రెండు ఉపసమూహాల ఛేదనము, ఆ సమూహానికి ఉపసమూహము అని నిరూపించండి.

5. If $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, then find f^{2000}.

   $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ అయితే, f^{2000} ను కనుగొనండి.

6. Find all generators of the group $(Z_{12},+_{12})$.

   $(Z_{12},+_{12})$ సమూహము యొక్క జనకమూలకాలు కనుగొనండి.

7. Prove that $(Z_5,+_5,x_5)$ is a field.

   $(Z_5,+_5,x_5)$ క్షేత్రం అని నిరూపించండి.

8. Find the characteristic of the ring $(Z_6, +_6, x_6)$.

$(Z_6, +_6, x_6)$ వలయము లక్షణికతను కనుగొనండి.

SECTION - B

విభాగము - బి

Answer All Questions. Each question carries TEN marks. **(5×10=50)**

అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము. ప్రతి ప్రశ్న పది మార్కులను కలిగి ఉంటుంది.

9. a) If G is a group and $a, b \in G$, then prove that $(ab)^{-1} = b^{-1}a^{-1}$.

G ఒక సమూహము మరియు $a, b \in G$ అయితే $(ab)^{-1} = b^{-1}a^{-1}$ అని నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

b) Prove that the n^{th} roots of unity form an abelian group with respect to multiplication.

1 యొక్క n వ మూలాల సమితి గణనం దృష్ట్యా వినిమయ సమూహము అని నిరూపించండి.

10. a) The necessary and sufficient condition for a non empty subset H of a finite group G to be a sub group of G is $ab \in H$ for all $a, b \in H$.

పరిమిత సమూహము G కి H అనేది శూన్యం కానీ ఉపసమితి H,G కి ఉపసమూహము కావడానికి ఆవశ్యక పర్యాప్త నియమం ప్రతి $a, b \in H$ లకు $ab \in H$ కావలెను అని నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

b) State and prove Lagrange's theorem for groups.

సమూహాల లెగ్రాంజ్ సిద్ధాంతాన్ని వ్రాసి, నిరూపించండి.

11. a) Let H be a subgroup of group G. Then prove that H is normal in G if and only if the product of two right cosets of H in G is also a right coset, of H in G.

H అనేది సమూహము G కి ఉపసమూహము. H,G కి అభిలంబ ఉపసమూహము మరియు H యొక్క రెండు కుడి సమితుల లబ్ధం ఒక కుడి సహసమితి అనేవి తుల్యాలు అని నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

b) State and prove fundamental theorem of Homomorphism of groups.

సమూహాల సమరూపత మూల సిద్ధాంతాన్ని వ్రాసి, నిరూపించండి.

12. a) Prove that the product of two disjoint cycle's are commutative.

రెండు వియుక్త చక్రాల లబ్ధం వినియమం అని నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

b) Prove that every subgroup of a cyclic group is cyclic.

చక్రీయ సమూహము యొక్క ప్రతి ఉపసమూహము చక్రీయము అని నిరూపించండి.

13. a) State and prove subring test.

ఉపసమూహ పరీక్ష వ్రాసి, నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

b) Prove that a field has no proper ideals.

క్షేత్రానికి శుద్ధ ఆదర్శాలు లేవు అని నిరూపించండి.

THREE YEAR B.A./B.Sc. DEGREE EXAMINATION,

OCTOBER - 2022

CHOICE BASED CREDIT SYSTEM

FOURTH SEMESTER

PART - II - MATHEMATICS

Paper : IV : REAL ANALYSIS

(Under CBCS New Regulation w.e.f. the academic Year 2021-22)

Time : 3 Hours **Max. Marks : 75**

SECTION-A

విభాగము - ఎ

Answer any Five of the follwoing questions. **(5×5=25)**

1. Prove that a sequence can have at most one limit.

   ఒక అనుక్రమానికి మహా అయితే, ఒక అవధి వుండును, అని నిరూపించండి.

2. Let (x_n) be a sequence defined by $x_1 = 2$, $x_2 = 2$ and $x_n = \frac{1}{2}(x_{n-2} + x_{n-1})$ for n>2. Then prove that (x_n) is convergent.

   (x_n) అనుక్రమాన్ని $x_1 = 2$, $x_2 = 2$ మరియు n>2 కు $x_n = \frac{1}{2}(x_{n-2} + x_{n-1})$ గా నిర్వచిస్తే (x_n) అభిసరిస్తుంది అని నిరూపించండి.

3. Test the convergence of the series $\sum \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$.

   $\sum \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$ శ్రేణి అభిసరణతను పరీక్షించండి.

4. If $\sum a_n$, $a_n > 0$ is convergent, then prove that $\sum \sqrt{a_n}$ is also convergent.

   $\sum a_n$, $a_n > 0$ అభిసరిస్తే , $\sum \sqrt{a_n}$ కూడా అభిసరిస్తుంది, అని నిరూపించండి.

5. Show that $f(x)=x^2$ is uniformly continuous on [a,b].

$f(x)=x^2$, [a,b] పై ఏకరూప అవిచ్ఛిన్నం అని చూపండి.

6. If f is continuous on [a,b], then prove that f is bounded on [a,b].

f, [a,b] పై అవిచ్ఛిన్నం అయితే, f పరిబద్ధం అని చూపండి.

7. If f is differential on an interval I and $f'(x)\geq 0$ for all $x\in I$, then prove that f is increasing on I.

అంతరం I పై f అవకలనీయం మరియు ప్రతి $x\in I$ కు $f'(x)\geq 0$ అయితే, f ఆరోహణం అని నిరూపించండి.

8. Show that, every constant function is Riemann integrable on [a,b].

ప్రతి స్థిర ప్రమేయం [a,b] పై రీమాన్ సమాకాలనీయం అని చూపండి.

SECTION - B

విభాగము - బి

Answer **All** questions. **(5×10=50)**

9. a) Prove that $\lim_{n\to\infty} n^{1/n}=1$.

$\lim_{n\to\infty} n^{1/n}=1$ అని నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

b) State and prove Bolzano - Weierstrass theorem for sequences.

అనుక్రమాల బోల్జాన్ వెయ్‌ర్ట్రస్ సిద్ధాంతాన్ని ప్రవచించి, నిరూపించండి.

10. a) Show that the series $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^p}$ converges when p>1.

p>1 అయినపుడు, $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^p}$ శ్రేణి అభిసరిస్తుంది, అని చూపండి.

(OR/లేదా)

b) State and prove Integral test for series.

శ్రేణుల సమకాలన పరీక్షను ప్రవచించి, నిరూపించండి.

11. a) Let f be a continuous function on [a,b] such that $f(a)f(b)<0$. Then prove that there exist $c\in(a,b)$ such that f(c) = 0.

f అనేది [a,b] పై అవిచ్ఛిన్నం మరియు $f(a)f(b)<0$ అనుకొనుము. ఒక $c\in(a,b)$ అనేది $f(c)=0$ అయ్యే విధంగా వ్యవస్థితం అని నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

b) If f is a real valued continuous function defined on [a,b], then prove that f is uniformly continuous on [a,b].

వాస్తవ మూల్య ప్రమేయం f, [a,b] పై అవిచ్ఛిన్నం అయితే, అపుడు f ఏకరూప అవిచ్ఛిన్నం అని నిరూపించండి.

12. a) Let $g:I\to R$ and $f:J\to R$ be functions such that $f(J)$ is a subset of I, and $\in J$. If f is differentiable at c, and if g is differentiable at $f(c)$, then prove that the composite function gof is differentiable at c and $(gof)'(c)=g'(f(c))f'(c)$.

$g:I\to R$ మరియు $f:J\to R$లు f(J), I కి ఉపసమితి మరియు $c\in J$ అయ్యేవిధంగా రెండు ప్రమేయాలు అనుకొనుము. f, c వద్ద అవకలనీయం మరియు g, f(c) వద్ద అవకలనీయం అయితే సంయుక్త ప్రమేయం gof, c వద్ద అవకలనీయం మరియు $(gof)'(c)=g'(f(c))f'(c)$ అని నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

b) State and prove Roll's theorem.

రోల్ సిద్ధాంతాన్ని ప్రవచించి, నిరూపించండి.

13. a) State and prove first fundamental theorem of calculus.

మొదటి కలన గణిత సిద్ధాంతాన్ని ప్రవచించి, నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

b) Suppose that f and g two functions in R[a,b]. Then prove that, if $f(x)\le g(x)$ for all $x\in[a,b]$, then $\int_a^b f\le\int_a^b g$.

f మరియు g లు, R[a,b] లో రెండు ప్రమేయాలు అనుకొనుము. ప్రతి $x\in[a,b]$ కి $f(x)\le g(x)$ అయితే $\int_a^b f\le\int_a^b g$ అని నిరూపించండి.

THREE YEAR B.A./B.Sc. DEGREE EXAMINATION, OCTOBER - 2022

CHOICE BASED CREDIT SYSTEM

FOURTH SEMESTER

PART - II - MATHEMATICS

Paper - V : LINEAR ALGEBRA

(Under CBCS New Regulation w.e.f. the academic Year 2021-22)

Time : 3 Hours

Max. Marks : 75

SECTION - A

విభాగము - ఎ

Answer any **Five** of the following questions.. (5×5=25)

ఏవైనా **ఐదు** ప్రశ్నలకు సమాధానాలు రాయండి.

1. Prove that the set W of ordered triads $(x, y, 0), x, y \in R$ is a subspace of $V_3(R)$.

   $(x, y, 0), x, y \in R$ అను క్రమత్రికములు కలిగిన సమితి W, $V_3(R)$నకు ఉపాంతరాళం అని నిరూపించండి.

2. Prove that every nonempty subset of linearly independent set of vectors is linearly independent.

   ఋజు స్వతంత్ర సమితి యొక్క ప్రతి శూన్యం కానీ ఉపసమితి ఋజుస్వతంత్రము, అని నిరూపించండి.

3. Show that the set $\{(1,2,1),(2,1,0),(1,-1,2)\}$ form a basis of $V_3(R)$.

   సమితి $\{(1,2,1),(2,1,0),(1,-1,2)\}$, $V_3(R)$ నకు ఆధారం అని చూపండి.

4. Prove that any two basis of a finite dimensional vector space have the same number of elements.

   పరిమిత పరిమాణ సదిశాంతరాళం లోని ఏరెండు ఆధారాల లోని మూలకాల సంఖ్య సమానం అని నిరూపించండి.

5. Find $T(x, y, z)$, where $T: R^3 \to R$ is defined by T(1,1,1)=3, T(0,1,-2) = 1 and T (0,0,1) = –2.

   $T: R^3 \to R$ ను T(1,1,1)=3, T(0,1,–2) = 1 మరియు T (0,0,1) = –2 గా నిర్వచిస్తే, $T(x, y, z)$ ను కనుగొనండి.

6. Find the rank of the matrix $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 2 & 3 & 4\\ 3 & 4 & 5\end{pmatrix}$.

మాత్రిక $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 2 & 3 & 4\\ 3 & 4 & 5\end{pmatrix}$ యొక్క కోటి కనుగొనండి.

7. Show that the set $S=\left\{\left(\frac{1}{3},-\frac{2}{3},-\frac{2}{3}\right),\left(\frac{2}{3},-\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right),\left(\frac{2}{3},\frac{2}{3},-\frac{1}{3}\right)\right\}$ is an orthonormal set.

సమితి $S=\left\{\left(\frac{1}{3},-\frac{2}{3},-\frac{2}{3}\right),\left(\frac{2}{3},-\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right),\left(\frac{2}{3},\frac{2}{3},-\frac{1}{3}\right)\right\}$ ను లంబాభి లంబ సమితి అని చూపండి.

8. If α,β are two vectors in inner product space $V(F)$, then prove that $\|\alpha+\beta\|\le\|\alpha\|+\|\beta\|$.

అంతర లబ్దా అంతరాళం $V(F)$ లో α,β లు రెండు సదిశలు అయితే $\|\alpha+\beta\|\le\|\alpha\|+\|\beta\|$ అని చూపండి.

SECTION - B

విభాగము - బి

Answer all the questions. Each question carries **10** marks. **(5×10=50)**

అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానాలు రాయండి. ప్రతి ప్రశ్నకు **10** మార్కులు.

9. a) Let W be a nonempty subset of a vector space $V(F)$. Prove that the necessary and sufficient condition for W to be a subspace of $V(F)$ is $a\alpha+b\beta\in V$ for all $a,b\in F$ and $\alpha,\beta\in W$.

W, సదిశాంతరాళం $V(F)$ నకు శూన్యం కాని ఉపసమితి అనుకోండి. $V(F)$ నకు W, ఉపాంతరాళం కావడానికి ఆవశ్యక పర్యాప్త నియమం : ప్రతి $a,b\in F$ మరియు $\alpha,\beta\in W$ లకు $a\alpha+b\beta\in V$ కావలెను.

(OR/లేదా)

b) If S is a subset of vector space $V(F)$, then prove that, S is a subspace of $V(F)$ if and only if $L(S)=S$.

సదిశాంతరాళం $V(F)$ నకు S ఉప సమితి అయినపుడు, $V(F)$ నకు S ఉపాంతరాళం మరియు $L(S)=S$ లు తుల్యాలు అని నిరూపించండి.

10. a) Let W_1 and W_2 be two subspaces of a vector space R^4 given by $W_1 = \{(a,b,c,d) : b-2c+d=0\}$ and $W_2 = \{(a,b,c,d) : a=d, b=2c\}$. Then find $\dim W_1, \dim W_2$ and $\dim(W_1 \cap W_2)$.

$W_1 = \{(a,b,c,d) : b-2c+d=0\}$ మరియు $W_2 = \{(a,b,c,d) : a=d, b=2c\}$ లు సదిశాంతరాళం $V(F)$ నకు రెండు ఉపాంతరాళాలు అయితే, $\dim W_1, \dim W_2$ మరియు $\dim(W_1 \cap W_2)$ లను కనుగొనండి.

(OR/లేదా)

b) Let W be a subspace of vector space $V(F)$. Then prove that, $\dim\left(\frac{V}{W}\right) = \dim V - \dim W$.

సదిశాంతరాళం $V(F)$ నకు W ఒక ఉపాంతరాళం అయితే, $\dim\left(\frac{V}{W}\right) = \dim V - \dim W$ అని చూపండి.

11. a) State and prove Rank - Nullity Theorem.

కోటి మరియు శూన్యత, సిద్ధాంతాన్ని ప్రవచించి, నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

b) Let $T : U \to V$ be a linear transformation. Then prove that the following are equivalent.

i. T is non singular.

ii. T is invertible.

$T : U \to V$ ఒక ఋజు పరివర్తనం అనుకొనుము. T సాధారణం మరియు విలోమం అనేవి తుల్యాలు అని నిరూపించండి.

12. a) Prove that the characteristic vectors corresponding to distinct characteristic roots of a matrix are linearly independent.

ఒక మాత్రిక యొక్క విభిన్న లాక్షణిక మూలాల, లాక్షణిక సదిశలు ఋజు స్వతంత్రాలు అని నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

b) Find the characteristic roots and the corresponding characteristic vectors of the matrix

$$A=\begin{pmatrix} 8 & -6 & 2 \\ -6 & 7 & -4 \\ 2 & -4 & 3 \end{pmatrix}.$$

మాత్రిక $A=\begin{pmatrix} 8 & -6 & 2 \\ -6 & 7 & -4 \\ 2 & -4 & 3 \end{pmatrix}$ యొక్క లాక్షణిక మూలాలు, వాటి అనురూప లాక్షణిక సదిశలు కనుగొనండి.

13. a) State and prove Cauchy - Schwartz inequality.

కోషీ - ష్వార్ట్జ్ అసమానతను ప్రవచించి, నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

b) If $B=\{\alpha_1,\alpha_2,...,\alpha_n\}$ be an orthonormal basis of a finite dimensional inner product space $V(F)$, then prove that $<\alpha,\beta>=\sum_{i=1}^{n}<\alpha,\alpha_i><\alpha_i,\beta>$ for all $\alpha,\beta\in V$.

పరిమిత అంతర లబ్ద అంతరాళం V(F) నకు, $B=\{\alpha_1,\alpha_2,...,\alpha_n\}$ అనేది లంభాభి లంబ ఆధారం అయితే, అపుడు ప్రతి $\alpha,\beta\in V$ లకు $<\alpha,\beta>=\sum_{i=1}^{n}<\alpha,\alpha_i><\alpha_i,\beta>$ అని నిరూపించండి.

THREE YEAR B.A. DEGREE EXAMINATION — OCTOBER/NOVEMBER 2018

CHOICE BASED CREDIT SYSTEM

FIFTH SEMESTER

Part I — Mathematics

Paper III — LINEAR ALGEBRA

(Common for B.Sc.)

(*W.e.f. 2017-2018*)

Time : 3 hours

Max. Marks : 75

SECTION - I

విభాగము – I

Answer any FIVE questions.

ఏవేని **ఐదు** ప్రశ్నలకు జవాబులు వ్రాయుము.

(Marks : $5 \times 5 = 25$)

1. Define linear span of a set. Show that the linear span $L(S)$ of any subsets of a vector space $V(F)$ is a subspace of V.

   సమితి యొక్క ఋజు వితస్థిని నిర్వచించి, $V(F)$ అను సదిశాంతరాళము యొక్క ఉపసమితి S యొక్క ఋజు వితస్థి $L(S)$ అనునది V లో ఉపాంతరాళము అని చూపండి.

2. If $S=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots\alpha_n\}$ be a subset of the vector space $V(F)$. If $\alpha_i \in S$ is linear combination of its preceding vectors then show that $L(S)=L(S')$ where $S'=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots\alpha_{i-1},\alpha_{i+1},\cdots\alpha_n\}$.

   $V(F)$ అను సదిశాంతరాళములో $S=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots\alpha_n\}$ అనునది ఉపసమితి. అగునట్లు వాటి ముందుండే మూలకాల ఋజుసంయోగము $\alpha_i \in S$ అగునట్లు $L(S)=L(S')$ అని చూపిండి. ఇక్కడ $S'=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots\alpha_{i-1},\alpha_{i+1},\cdots\alpha_n\}$.

3. Let $V(F)$ is FDVS and $S=\{\alpha_1,\alpha_2\cdots\alpha_m\}$ a linear independent subset of V. Then show that either S itself a basis of V or S can be extended to form a basis of V.

   $V(F)$ అనునది పరిమిత పరిమాణు సదిశాంతరాళము మరియు $S=\{\alpha_1,\alpha_2\cdots\alpha_m\}$ అనునది V లో ఋజు స్వాతంత్ర్య ఉపసమితి అయితే S అనునది ఆధారము అవుతుంది లేదా దానిని V యొక్క ఆధారంగా విస్తరించవచ్చు అని చూపండి.

[P.T.O.]

4. Show that the set $\{(1,0,0)\ (1,1,0), (1,1,1)\}$ is a basis of $\mathbb{C}^3\ (\mathbb{C})$. Hence find the coordinary of the vector $(3+4i, 6i, 3+7i)$ in $\mathbb{C}^3(\mathbb{C})$.

$\{(1,0,0)\ (1,1,0), (1,1,1)\}$ అనునది $\mathbb{C}^3(\mathbb{C})$ యొక్క ఆధారము అని చూపి $\mathbb{C}^3(\mathbb{C})$ లో $(3+4i, 6i, 3+7i)$ అనుసదిశ యొక్క నిరూపకాలు కనుక్కోండి.

5. Find $T(x,y,z)$ where $T:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ is defined by $T(1,1,1)=3$, $T(0,1,-2)=1$, $T(0,0,1)=-2$.

$T:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ ను $T(1,1,1)=3$, $T(0,1,-2)=1$, $T(0,0,1)=-2$ గా నిర్వచిస్తే $T(x,y,z)$ ను కనుక్కోండి.

6. If $U(F)$ and $V(F)$ are two vector spaces and $T:U \to V$ is a linear transformation. Then show that null-space $N(T)$ is sub-space of $U(F)$.

$U(F)$ మరియు $V(F)$ లు రెండు సదిశాంతరాళలు మరియు $T:U \to V$ ఒక రేఖీయ పరివర్తనలయితే శూన్యాంతరాళము $N(T)$ అనునది $U(F)$ కు ఉపాంతరాళము అని చూపండి.

7. Reduce the matrix $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 0 & 3 \\ 1 & -2 & -3 & -3 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ to normal form and hence find its rank.

$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 0 & 3 \\ 1 & -2 & -3 & -3 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ అను మాత్రికను అభిలంబ రూపంలోనికి మార్చి, కోటిని కనుక్కోండి.

8. Solve $x_1+2x_2+x_3=2$, $3x_1+x_2-2x_3=1$, $4x_1-3x_2-x_3=3$, $2x_1+4x_2+2x_3=4$.

$x_1+2x_2+x_3=2$, $3x_1+x_2-2x_3=1$, $4x_1-3x_2-x_3=3$, $2x_1+4x_2+2x_3=4$ సాధించండి.

SECTION – II

విభాగము – II

Answer ALL the following questions.

అన్ని ప్రశ్నలకు జవాబులు వ్రాయుము.

(Marks : $5 \times 10 = 50$)

9. (a) State and prove the necessary and sufficient conditions for non-empty subset W of a vector-space is sub-space. (2 + 8)

$V(F)$ అను సదిశాంతరాళములోని, శూన్యేతర ఉపసమితి W అనునది ఉపాంతరాళము కావడానికి ఆవశ్యక, పర్యాప్త నియమాలను నిర్వచించి నిరూపించండి.

Or

(b) If W_1 and W_2 are two sub-space of vector space $V(F)$ then show that $L(W_1 \cup W_2) = W_1 + W_2$. (10)

$V(F)$ సదిశాంతరాళములో W_1, W_2 లు రెండు ఉపాంతరాళాలు అయితే $L(W_1 \cup W_2) = W_1 + W_2$ అని చూపండి.

10. (a) If W_1 and W_2 are two sub-space of FDVS $V(F)$ then show that $\dim(W_1 + W_2) = \dim W_1 + \dim W_2 - \dim(W_1 \cap W_2)$. (10)

$V(F)$ అను పరిమిత పరిమాణు సదిశాంతరాళములో W_1 మరియు W_2 లు రెండు ఉపాంతరాళాలు అయితే $\dim(W_1 + W_2) = \dim W_1 + \dim W_2 - \dim(W_1 \cap W_2)$ అని చూపండి.

Or

(b) Show that any two bases of FDVS must has same number of elements. (10)

ఒక పరిమిత పరిమాణు సదిశాంతరాళము యొక్క ఏ రెండు ఆధారాలలోని మూలకాల సంఖ్య సమానము అని చూపండి.

11. (a) State and prove Rank-Nullity theorem. (2 + 8)

కోటి-శూన్యతా సిద్ధాంతాన్ని నిర్వచించి, నిరూపించండి.

Or

(b) If $T : V_4(\mathbb{R}) \to V_3(\mathbb{R})$ is a linear transformation defined by $T(a,b,c,d) = (a-b+c+d,\ a+2c-d,\ a+b+3c-3d)$ for $a,b,c,d \in \mathbb{R}$ then find range, rank, Null-space and Nullity.

$T : V_4(\mathbb{R}) \to V_3(\mathbb{R})$ అను ఋజుపరివర్తనను $T(a,b,c,d) = (a-b+c+d,\ a+2c-d,\ a+b+3c-3d)$ $a,b,c,d \in \mathbb{R}$ గా నిర్వచిస్తే వ్యాప్తి, కోటి, శూన్యంతరాళము మరియు శూన్యతలను కనుక్కోండి.

12. (a) Find characteristic roots and the corresponding characteristic vectors of the matrix $\begin{bmatrix} 8 & -6 & 2 \\ -6 & 7 & -4 \\ 2 & -4 & 3 \end{bmatrix}$. (3 + 7)

$\begin{bmatrix} 8 & -6 & 2 \\ -6 & 7 & -4 \\ 2 & -4 & 3 \end{bmatrix}$ అను మాత్రిక యొక్క లాక్షణిక మూలాలు మరియు లాక్షణిక సదిశలను కనుక్కోండి.

Or

(b) State and prove Cayley-Hamilton theorem. (2 + 8)

కేలీ–హామిల్టన్ సిద్ధాంతాన్ని నిర్వచించి నిరూపించండి.

13. (a) If α, β are two vectors in an inner product space then α, β are linearly dependent iff $|<\alpha, \beta>| = \|\alpha\| \cdot \|\beta\|$. (10)

α, β లు అంతర్లబ్ధాంతరాళములోని రెండు సదిశతలు అయితే α, β లు ఋజుపరాధీనాలు కావడానికి $|<\alpha, \beta>| = \|\alpha\| \cdot \|\beta\|$ అనునది ఆవశ్యక, పర్యాప్త నియమము అని చూపండి.

Or

(b) If u, v are two vectors in a complex inner product space with standard inner product then prove that $4 < u, v > = \|u+v\|^2 - \|u-v\|^2 + i\|u+iv\|^2 - i\|u-iv\|^2$. (10)

u, v లు సంకీర్ణ అంతర్లబ్ధాంతరాళములోని రెండు సదిశలు అయితే ప్రమాణ అంతర్లబ్ధము దృష్ట్యా $4 < u, v > = \|u+v\|^2 - \|u-v\|^2 + i\|u+iv\|^2 - i\|u-iv\|^2$ అని చూపండి.

THREE YEAR B.A. DEGREE EXAMINATION — OCTOBER/NOVEMBER, 2018.

(CHOICE BASED CREDIT SYSTEM)

FIFTH SEMESTER

Part I — Mathematics

Paper II — RING THEORY AND VECTOR CALCULUS

(Common for B.Sc.)

(*W.e.f. 2017-2018*)

Time : 3 hours | Max. Marks : 75

SECTION – A

సెక్షన్ – ఎ

Answer any FIVE of the following.

ఏవేని ఐదు ప్రశ్నలకు జవాబులు వ్రాయుము.

(Marks : $5 \times 5 = 25$)

1. Define zero divisors of a ring. Show that every field is integral domain. (1+4)

వలయములోని శూన్య భాజకాలను నిర్వచించి, ప్రతి క్షేత్రము పూర్ణాంక ప్రదేశము అవుతుందని చూపండి.

2. Define characteristic of a ring. Show that characteristic of integral domain is either prime or zero.

వలయము యొక్క లాక్షణికమును నిర్వచించి, ఒక పూర్ణాంక ప్రదేశము యొక్క లాక్షణికము ప్రధాన సంఖ్య లేదా శూన్యము అని చూపండి.

3. Show that the Ideals of a field F are only $\{0\}$ and F itself.

F అను క్షేత్రంలో $\{0\}$ మరియు F లు మాత్రమే ఆదర్శాలు అని చూపండి.

4. If $Z\sqrt{2} = \{m + n\sqrt{2} / m, n \in Z\}$ be a ring under addition and multiplication of numbers. Prove that $f : Z\sqrt{2} \to Z\sqrt{2}$ defined by $f(m + n\sqrt{2}) = m - n\sqrt{2}$ is an automorphism. (5)

$Z\sqrt{2} = \{m + n\sqrt{2} / m, n \in Z\}$ అనునది సంకలన మరియు గుణకారముల దృష్ట్యా వలయము అయితే $f : Z\sqrt{2} \to Z\sqrt{2}$ ను $f(m + n\sqrt{2}) = m - n\sqrt{2}$ గా నిర్వచిస్తే ఇది స్వయం తుల్యరూపతలు అని చూపండి.

5. Show that intersection of two ideals is of only ideal. (5)

రెండు ఆదర్శాల ఛేదకము ఆదర్శము అని చూపండి.

[P.T.O.]

6. Prove that $\nabla r^n = n r^{n-2} \bar{r}$. (5)

$\nabla r^n = n r^{n-2} \bar{r}$ అని చూపండి.

7. Find $div \overline{F}$ and $curl\ F$ where $\overline{F} = x^2 z \bar{i} - 2y^3 z^3 \bar{j} + x y^2 z \bar{k}$ at $(1, -1, 1)$. (5)

$\overline{F} = x^2 z \bar{i} - 2y^3 z^3 \bar{j} + x y^2 z \bar{k}$ అయితే $(1, -1, 1)$ వద్ద $div \overline{F}$ మరియు $curl\ F$ విలువలు కనుక్కోండి.

8. If $\overline{F} = 3xy\bar{i} - y^2 \bar{j}$ evaluate $\int_C \overline{F} \cdot d\bar{r}$ where C is the curve $y = 2x^2$ in xy plane from $(0, 0)$ to $(1, 2)$. (5)

$\overline{F} = 3xy\bar{i} - y^2 \bar{j}$ అయితే $\int_C \overline{F} \cdot d\bar{r}$ విలువ కనుక్కోండి. ఇక్కడ C అనునది $y = 2x^2$ అను xy తలములోని $(0, 0)$ మరియు $(1, 2)$ ల వద్ద వున్న వక్రము.

9. Show that $\int_S (ax\bar{i} + by\bar{j} + cz\bar{k}) \cdot \overline{N}\, ds = \frac{4\pi}{3}(a+b+c)$ where S is the surface of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = 1$. (5)

$\int_S (ax\bar{i} + by\bar{j} + cz\bar{k}) \cdot \overline{N}\, ds = \frac{4\pi}{3}(a+b+c)$ అని చూపండి. ఇక్కడ S అనునది $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ అను గోళ ఉపరితలము.

10. Evaluate $\oint_C (\cos x \sin y - xy)\, dx + \sin x \cos y\, dy$, by Green's theorem where C is the circle $x^2 + y^2 = 1$. (5)

గ్రీన్స్ సిద్ధాంతమునుపయోగించి $\oint_C (\cos x \sin y - xy)\, dx + \sin x \cos y\, dy$ సాధించండి. ఇక్కడ C అనునది $x^2 + y^2 = 1$ అను వృత్తము.

SECTION – B

సెక్షన్ – బి

Answer any ALL questions.

అన్ని ప్రశ్నలకు జవాబు వ్రాయుము.

(Marks : 5 × 10 = 50)

11. (a) Prove that $Z(i) = \{a + ib / a, b \in Z\}$ of Gaussian integers is an integral Domain w.r.to addition and multiplication of numbers. (10)

$Z(i) = \{a + ib / a, b \in Z\}$ అను గాసియన్ పూర్ణాంకాల సమితి సంకలన, గుణకారముల దృష్ట్యా పూర్ణాంక ప్రదేశము అని చూపండి.

Or

(b) Show that a finite integral Domain is a field. (10)

పరిమిత పూర్ణాంక ప్రదేశము క్షేత్రము అని చూపండి.

12. (a) If V_1 and V_2 are two Ideals of a ring R then $V_1 \cup V_2$ is an ideal of R if and only if $V_1 \subset V_2$ or $V_2 \subset V_1$ (10)

R అను వలయములో V_1 మరియు V_2 లు రెండు ఆదర్శాలు అయితే $V_1 \cup V_2$ ఆదర్శము కావడానికి $V_1 \subset V_2$ లేదా $V_2 \subset V_1$ అనునది ఆవశ్యక, పర్యాప్త నియమము అని చూపండి.

Or

(b) State and prove fundamental theorem of ring homomorphism. (2+8)

వలయ సమరూపతా మూల సిద్ధాంతాన్ని నిర్వచించి నిరూపించండి.

13. (a) If $\overline{a}$ is a constant vector, prove that

$curl\frac{\overline{a}\times\overline{r}}{r^3}=-\frac{\overline{a}}{r^3}+\frac{3\overline{r}}{r^5}(\overline{a}.\overline{r})$. (10)

$\overline{a}$ స్థిర సదిశ అయితే $curl\frac{\overline{a}\times\overline{r}}{r^3}=-\frac{\overline{a}}{r^3}+\frac{3\overline{r}}{r^5}(\overline{a}.\overline{r})$ అని చూపండి.

Or

(b) Prove that $\nabla\times(\nabla\times\overline{A})=\nabla(\nabla\cdot\overline{A})-\nabla^2\overline{A}$. (10)

$\nabla\times(\nabla\times\overline{A})=\nabla(\nabla\cdot\overline{A})-\nabla^2\overline{A}$ అని చూపండి.

14. (a) Evaluate $\int_S \overline{F}.\overline{N}\,dS$, where $\overline{F}=z\overline{i}+x\overline{j}-3y^2z\overline{k}$ and S is the surface $x^2+y^2=16$ included in the first octant between $z=0$ and $z=5$. (10)

$\overline{F}=z\overline{i}+x\overline{j}-3y^2z\overline{k}$ మరియు $x^2+y^2=16$ అను S ఉపరితలము మొదటి పార్శ్వంలో $z=0$ మరియు $z=5$ ల మధ్య వుండునట్లు $\int_S \overline{F}.\overline{N}\,dS$ విలువ కనుక్కోండి.

Or

(b) If $\overline{F}=(3x^2+6y)\overline{i}-14yz\overline{j}+20xz^2\overline{k}$ calculate $\int_c \overline{F}\cdot d\overline{r}$ along the lines from $(0,0,0)$ to $(1,0,0)$ then to $(1,1,0)$ and then to $(1,1,1)$. (10)

$\overline{F}=(3x^2+6y)\overline{i}-14yz\overline{j}+20xz^2\overline{k}$ అయితే $\int_c \overline{F}\cdot d\overline{r}$ విలువను $(1,0,0)$ to $(1,1,0)$ to $(1,1,1)$ ల మధ్య వున్న సరళ రేఖల వెంబడి కనుక్కోండి.

15. (a) State and prove Green's theorem in a plane. (2+8)

సమతలంలో గ్రీన్స్ సిద్ధాంతాన్ని నిర్వచించి నిరూపించండి.

Or

(b) Verify stoker theorem for $\overline{A}=(2x-y)\overline{i}-yz^2\overline{j}-y^2z\overline{k}$, where S is upper half surface of the sphere $x^2+y^2+z^2=1$ and C is its boundary. (10)

$\overline{A}=(2x-y)\overline{i}-yz^2\overline{j}-y^2z\overline{k}$ అయితే స్టోక్స్ సిద్ధాంతాన్ని సరి చూడండి. ఇక్కడ S అనునది $x^2+y^2+z^2=1$ అను గోళానికి ఎగువ అర్ధ ఉపరితలము.

1-5-126

THREE YEAR B.A./B.Sc. DEGREE EXAMINATION/DECEMBER - 2017

CHOICE BASED CREDIT SYSTEM

FIFTH SEMESTER

PART - I - MATHEMATICS

Paper -3 : Linear Algebra

(Common for B.Sc.)

(W.e.f. 2017-2018)

Time : 3 Hours

Max. Marks :75

Section - I

సెక్షన్ - ఎ

Answer any Five questions. (5×5=25)

ఏవేని ఐదు ప్రశ్నలకు జవాబులు వ్రాయుము.

1. State and prove the Necessary and sufficient condition for non-empty subset w of a vector space $V(F)$ to become a vector sub-space.

   $V(F)$ అను సదిశాంతరాళంలోని శూన్యాతర ఉప సమితి w అనునది సదిశా ఉపాంతరాళము కావడానికి ఆవశ్యక, పర్యాప్త నియమమును నిర్వచించి నిరూపించండి.

2. Define Linear dependance and Linear Independence of vectors. Show that $\{(1,3,2),(1,-7,-8)(2,1,-1)\}$ of $V_3(R)$ is Linearly dependent.

   ఋజుపరాధీన, ఋజుస్వాతంత్ర్య సదిశలను నిర్వచించి, $\{(1,3,2),(1,-7,-8)(2,1,-1)\}$ అను $V_3(R)$y లోని సదిశలు ఋజుపరాధీనాలు అని చూపండి.

3. If $V(F)$ is FDVS then show that there exists a basis set of V

   $V(F)$ పరిమిత పరిమాణ సదిశాంతరాళమయితే, V లో ఆధార సమితి వ్యవస్థితమని చూపండి.

4. Find a linear Transformation in $T: R^2 \rightarrow R^2$ such that $T(2,3)=(4,5)$ and $T(1,0)=(0,0)$

$T(2,3)=(4,5)$ మరియు $T(1,0)=(0,0)$ అగునట్లు $T: R^2 \rightarrow R^2$ అను ఋజుపరివర్తనను కనుక్కోండి.

5. Define Null-Space of Linear Transformation $T: v \rightarrow V$ is linear transformation then show that the Null - space *N(T)* is sub-space of $V(F)$

రేఖీయ పరివర్తన యొక్క శూన్యాంతరాళము ను నిర్వచించండి. $T: v \rightarrow V$ ఋజుపరివర్తనములో *N(T)* ను శూన్యాంతరాళము $V(F)$ యొక్క ఉపాంతరాళము అని చూపండి.

6. Reduce the Matrix $A=\begin{bmatrix}1 & -1 & 3 & 6\\ 1 & 3 & -3 & -4\\ 5 & 3 & 3 & 11\end{bmatrix}$ to Normal form and hence find its rank.

$A=\begin{bmatrix}1 & -1 & 3 & 6\\ 1 & 3 & -3 & -4\\ 5 & 3 & 3 & 11\end{bmatrix}$ అను మాత్రికను అభిలంబ రూపంలో మార్చి కోటిను కనుక్కోండి.

7. Solve $x_1+2x_3-2x_4=0$, $2x_1-x_2-x_4=0$, $x_1+2x_3-x_4=0$, $4x_1-x_2+3x_3-x_4=0$ సాధించండి.

8. Prove that $S=\left\{\left(\frac{1}{3},\frac{-2}{3},\frac{-2}{3}\right),\left(\frac{2}{3},\frac{-1}{3},\frac{2}{3}\right),\left(\frac{2}{3},\frac{2}{3},\frac{-1}{3}\right)\right\}$ is an orthonormal set in R^3 with standard inner product

$S=\left\{\left(\frac{1}{3},\frac{-2}{3},\frac{-2}{3}\right),\left(\frac{2}{3},\frac{-1}{3},\frac{2}{3}\right),\left(\frac{2}{3},\frac{2}{3},\frac{-1}{3}\right)\right\}$ అనుసమితి R^3 లోని క్రమఅంతర్లబ్దము దృష్ట్యా లంబాభి లంబ సమితి అని చూపండి

Section - II

Answer all questions. (5×10=50)

అన్ని ప్రశ్నలకు జవాబులు వ్రాయుము.

9. a) Show that union of two sub-space is a sub-space iff one is contained in the Auer.
రెండు ఉపాంతరాళల సమ్మేళనము ఉపాంతరాళము కావడానికి ఒకటి మరొకదానికి ఉపసమితి అనునది ఆవశ్యక, పర్యాప్త నియమము అని చూపండి.

OR/లేదా

b) Define Linear combination of vector and Linear span of a set. Show that the linear span *L(S)* of any subset S of vector space $V(F)$ is sub-space of *V(F)*.
సదిశల ఋజుసంయోగము మరియు ఋజు వితప్తి సమితులను నిర్వచించి, $V(F)$ యొక్క ఉపసమితి న యొక్క ఋజు వితప్తి *L(S)* అనునది $V(F)$ అను సదిశాంతరాళానికి ఉపాంతరాళమని చూపండి.

10. a) Let *V(F)* is FDVS. Show that any two bases of V have same number of elements.

V(F) అనునది పరిమిత పరిమాణు సదిశాంతరాళము అయితే V లోని ఏవేని రెండు ఆధారాల మూలకాల సంఖ్య సమానము అని చూపండి.

R/లేదా

b) Let w_1 and w_2 are two sub-space of $\mathbb{R}^4$ given by $w_1 = \{(a,b,c,d)/(b-2c+d=0)\}$, $w_2 = \{(a,b,c,d)/a=d, b=2c\}$. Find the basis and dimension of $w_1, w_2, w_1 \cap w_2$ and hence find $\dim(w_1+w_2)$

w_1, w_2 లు $\mathbb{R}^4$ లో రెండు ఉపాంతరాళాలు $w_1 = \{(a,b,c,d)/(b-2c+d=0)\}$, $w_2 = \{(a,b,c,d)/a=d, b=2c\}$ అయితే $w_1, w_2, w_1 \cap w_2$ ల ఆధార మరియు పరిమాణాలు కనుగొని $\dim(w_1+w_2)$ విలువ కనుక్కోండి.

11. a) State and prove Rank-Nullity theorem.

శూన్యత - కోటి సిద్ధాంతాన్ని నిర్వచించి నిరూపించండి.

OR/లేదా

b) If $T: V_4(\mathbb{R}) \to V_3(\mathbb{R})$ is Linear Transformation defined by $T(a,b,c,d) = (a-b+c+d, a+2c-d, a+b+3c-3d)$ for $a,b,c,d \in \mathbb{R}$ verify $\rho(T)+\upsilon(T) = Dim V_4(\mathbb{R})$

$T: V_4(\mathbb{R}) \to V_3(\mathbb{R})$ అను రుజుపరివర్తనను $T(a,b,c,d) = (a-b+c+d, a+2c-d, a+b+3c-3d)$ గా నిర్వచిస్తే $a,b,c,d \in \mathbb{R}$ $\rho(T)+\upsilon(T) = Dim V_4(\mathbb{R})$ ను సరిచూపండి.

12. a) State and prove cayley-Hamilton theorem.

కేలీ-హామిల్టన్ సిద్ధాంతాన్ని నిర్వచించి నిరూపించండి.

OR/లేదా

b) Find eigen values and eigen vector of the Matrix $\begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$

మాత్రిక యొక్క ఐగన్ విలువలు మరియు ఐగన్ సదిశలు కనుక్కోండి.

13. a) In an inner product space $V(F)$, show that $|<\alpha,\beta>| \le \|\alpha\|.\|\beta\|, \forall \alpha,\beta \in V$.

$V(F)$ అను అంతర్లబ్ధాంతరాళంలో $|<\alpha,\beta>| \le \|\alpha\|.\|\beta\|, \forall \alpha,\beta \in V$ అని చూపండి.

OR/లేదా

b) Define orthogonal set and orthonormal set show that in an inner product space any orthonormal set of vectors is linearly independent.

లంబ మరియు లంబాబి లంబ సమితులను నిర్వచించి, అంతర్లబ్ధాంతరాళంలోని లంబాబి లంబ సదిశల సమితి ఋజు స్వాతంత్ర్యాలు అని చూపండి.

++++

THREE YEAR B.A./B.Sc. DEGREE EXAMINATION — APRIL/MAY 2018

CHOICE BASED CREDIT SYSTEM

SIXTH SEMESTER

Part I — Mathematics

Paper : DSC — LAPLACE TRNASFORMS

(w.e.f. 2017-2018)

Time : 3 hours

Max. Marks : 75

SECTION – A

విభాగము – ఎ

Answer any FIVE of the following.

ఈ క్రింది వానిలో ఏవైన **ఐదు** ప్రశలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

(Marks : 5 × 5 = 25)

1. Find $L\left\{(\sin t - \cos t)^2\right\}$.

   $L\left\{(\sin t - \cos t)^2\right\}$ ను కనుగొనండి.

2. Find $L\left\{e^t \cos^2 t\right\}$.

   $L\left\{e^t \cos^2 t\right\}$ ను కనుగొనండి.

3. State and prove Second Shifting Theorem in Laplace transform.

   లాప్లాస్ పరివర్తనలోని రెండవ బదిలీ సిద్ధాంతంను ప్రవచించి నిరూపించుము.

4. Find $L\left\{t^2 \sin at\right\}$.

   $L\left\{t^2 \sin at\right\}$ ను కనుగొనండి.

[P.T.O.]

5. Find $L\left\{\frac{e^{-at}-e^{-bt}}{t}\right\}$.

$L\left\{\frac{e^{-at}-e^{-bt}}{t}\right\}$ ను కనుగొనండి.

6. Find $L^{-1}\left\{\frac{3s-2}{s-4s+20}\right\}$.

$L^{-1}\left\{\frac{3s-2}{s-4s+20}\right\}$ ను కనుగొనండి.

7. Find $L^{-1}\left\{\frac{s}{(s+2)(s-3)}\right\}$.

$L^{-1}\left\{\frac{s}{(s+2)(s-3)}\right\}$ ను కనుగొనండి.

8. Find $L^{-1}\left\{\log\left(\frac{s+3}{s+2}\right)\right\}$.

$L^{-1}\left\{\log\left(\frac{s+3}{s+2}\right)\right\}$ ను కనుగొనండి.

SECTION – B

విభాగము – బి

Answer ALL questions.

అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

(Marks : 5 × 10 = 50)

9. (a) Find $L\{F(t)\}$, where $F(t)=\begin{cases}\cos\left(t-\frac{2\pi}{3}\right) & \text{if } t>\frac{2\pi}{3}\\ 0 & \text{if } t<\frac{2\pi}{3}\end{cases}$.

$F(t)=\begin{cases}\cos\left(t-\frac{2\pi}{3}\right) & \text{if } t>\frac{2\pi}{3}\\ 0 & \text{if } t<\frac{2\pi}{3}\end{cases}$ అయితే $L\{F(t)\}$ ను కనుగొనండి.

Or

(b) If $F(t)$ is piecewise continuous function on every finite interval $t \geq 0$ and is of exponential order 'a' as $t \to \infty$ then show that the Laplace transform of $F(t)$ exists for all $s > a$.

$t \geq 0$ అగునట్లు ప్రతి పరిమిత అంతరములో $F(t)$ అనునది పీస్వైస్ (piecewise) అవిచ్ఛిన్న ప్రమేయం మరియు $t \to \infty$ అగునట్లు a ఘాత తరగతి అయితే $F(t)$ నకు $s > a$ అగునట్లు లాప్లాస్ పరివర్తన వ్యవస్థితం అని చూపండి.

10. (a) Find $L\{t^3 \cos t\}$.

$L\{t^3 \cos t\}$ ను కనుగొనండి.

Or

(b) State and prove Initial Value Theorem.

ప్రారంభ విలువ సిద్ధాంతంను ప్రవచించి నిరూపించుము.

11. (a) Prove that $\int_0^\infty t^3 e^{-t} \sin t \, dt = 0$.

$\int_0^\infty t^3 e^{-t} \sin t \, dt = 0$ అని నిరూపించండి.

Or

(b) Find $L\{J_0(t)\}$ and hence deduce that

(i) $L\{J_0(at)\}$.

(ii) $L\{e^{-at} J_0(at)\}$ where $J_0(t)$ is Bessel function of order zero.

$L\{J_0(t)\}$ ను కనుగొనండి మరియు దాని నుండి

(i) $L\{J_0(at)\}$.

(ii) $L\{e^{-at} J_0(at)\}$ ను కనుగొనండి. $J_0(t)$ అనునది శూన్య తరగతి బెస్సెల్ ప్రమేయం.

12. (a) If $L^{-1}\left\{\frac{s}{(s^2+1)^2}\right\} = \frac{1}{2} t \sin t$ then find $L^{-1}\left\{\frac{32s}{(16s^2+1)^2}\right\}$.

$L^{-1}\left\{\frac{s}{(s^2+1)^2}\right\} = \frac{1}{2} t \sin t$ అయితే $L^{-1}\left\{\frac{32s}{(16s^2+1)^2}\right\}$ ను కనుగొనండి.

Or

(b) Find inverse Laplace transform of $\left\{\frac{3s+1}{(s+1)(s^2+1)}\right\}$.

$\left\{\frac{3s+1}{(s+1)(s^2+1)}\right\}$ యొక్క విలోమ లాప్లాస్ పరివర్తనను కనుగొనండి.

13. (a) State and prove convolution theorem in inverse Laplace transform.

విలోమ లాప్లాస్ పరివర్తనలోని కన్వొల్యూషన్ సిద్ధాంతంను ప్రవచించి నిరూపించండి.

Or

(b) By using Heaviside's expansion formula find $L^{-1}\left\{\frac{19s+37}{(s+1)(s-2)(s+3)}\right\}$.

హెవీసైడ్ విస్తరణ సూత్రంను ఉపయోగించి $L^{-1}\left\{\frac{19s+37}{(s+1)(s-2)(s+3)}\right\}$ ను కనుగొనండి.

———————

Mathematics-Question Papers 2018-19

Govt. Degree College, Puttur

1-6–112A

THREE YEAR B.A./B.Sc. DEGREE EXAMINATION — APRIL/MAY 2018

CHOICE BASED CREDIT SYSTEM

SIXTH SEMESTER

Part I – Mathematics

CE-1 — INTEGRAL TRANSFORMS

(w.e.f. 2017-2018)

Time : 3 hours　　　　　　　　　　Max. Marks : 75

PART – A

పార్ట్ – ఎ

Answer any FIVE of the following.

ఈ క్రింది వానిలో ఏవైన **ఐదు** ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయండి.

(Marks : 5 × 5 = 25)

1. Solve $\frac{d^2y}{dt^2} - 2\frac{dy}{dt} + 2y = 0$ under the conditions that $y = 1$, $\frac{dy}{dt} = 1$ when $t = 0$.

   $t = 0$ వద్ద $y = 1$, $\frac{dy}{dt} = 1$ అయినప్పుడు $\frac{d^2y}{dt^2} - 2\frac{dy}{dt} + 2y = 0$ ను సాధించండి.

2. Solve $(D^2 + 3D + 2)x = e^{-t}$ given that $x(0) = 0$ and $x'(0) = 1$.

   $x(0) = 0$ మరియు $x'(0) = 1$ అయితే $(D^2 + 3D + 2)x = e^{-t}$ ను సాధించండి.

3. Solve the integral equation $F(t) = 1 + \int_0^1 F(u)\sin(t-u)\,du$.

   $F(t) = 1 + \int_0^1 F(u)\sin(t-u)\,du$ అను సమాకలన సమీకరణంను సాధించండి.

4. Convert the differential equation $F''(t) + 2F'(t) - 8F(t) = 5t^2 - 3t$ given that $F(0) = -2$, $F'(0) = 3$ into Integral Equation.

   $F(0) = -2$, $F'(0) = 3$ అయినపుడు $F''(t) + 2F'(t) - 8F(t) = 5t^2 - 3t$ అను అవకలన సమీకరణంను సాధించండి.

[P.T.O.]

5. If $F\{F(x)\} = f(s)$ then show that $F\{F(ax)\} = \frac{1}{a} f\left(\frac{s}{a}\right)$.

$F\{F(x)\} = f(s)$ అయితే $F\{F(ax)\} = \frac{1}{a} f\left(\frac{s}{a}\right)$ అని నిరూపించుము.

6. State and prove Modulation theorem.

మాడ్యులేషన్ సిద్ధాంతంను ప్రవచించి నిరూపించుము.

7. Find Fourier transform of $F(x) = e^{-|x|}$.

$F(x) = e^{-|x|}$ యొక్క ఫోరియర్ పరివర్తనను కనుగొనండి.

8. Find the Finite Fourier Sine transform of $F(x) = 1$.

$F(x) = 1$ యొక్క పరిమిత ఫోరియర్ సైన్ పరివర్తనను కనుగొనండి.

PART – B

పార్ట్ – బి

Answer ALL questions.

అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

(Marks : 5 × 10 = 50)

9. (a) Apply Laplace transform to solve $\frac{d^2y}{dt^2} + y = 6 \cos 2t$ if $y = 3$, $Dy = 1$ when $t = 0$.

$t = 0$ వద్ద $y = 3$, $Dy = 1$ అయినప్పుడు $\frac{d^2y}{dt^2} + y = 6 \cos 2t$ ను లాప్లాస్ పరివర్తనను ఉపయోగించి సాధించండి.

Or

(b) Solve $ty'' + y' + 4ty = 0$ if $y(0) = 3$, $y'(0) = 0$.

$y(0) = 3$, $y'(0) = 0$ అయినప్పుడు $ty'' + y' + 4ty = 0$ సమీకరణంను సాధించండి.

10. (a) Solve $\frac{\partial y}{\partial x} = 2\frac{\partial y}{\partial t} + y,\ y(x, 0) = 6e^{-3x}$ which is bounded for $x > 0$ and $t > 0$.

$x > 0$ మరియు $t > 0$ కొరకు పరిబద్ధం అయితే $\frac{\partial y}{\partial x} = 2\frac{\partial y}{\partial t} + y,\ y(x, 0) = 6e^{-3x}$ ను సాధించండి.

Or

(b) Solve $Dx + y = \sin t,\ Dy + x = \cos t$ given that $x = 2$ and $y = 0$ at $t = 0$.

$t = 0$ వద్ద $x = 2,\ y = 0$ అయినప్పుడు $Dx + y = \sin t,\ Dy + x = \cos t$ ను సాధించండి.

11. (a) Solve the integral equation $F(t) = t + 2\int_0^1 F(u)\cos(t-u)\,du$.

$F(t) = t + 2\int_0^1 F(u)\cos(t-u)\,du$ అను సమాకలన సమీకరణంను సాధించండి.

Or

(b) Solve $\int_0^1 \frac{F(u)}{(t-u)^{\frac{1}{3}}}\,du = t\,(1+t)$.

$\int_0^1 \frac{F(u)}{(t-u)^{\frac{1}{3}}}\,du = t\,(1+t)$ ను సాధించండి.

12. (a) Find Fourier transform of $F(x)$ defined by $F(x) = \begin{cases} 1, & |x| < a \\ 0, & |x| > a \end{cases}$ and hence find $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin sa \cdot \cos sx}{s}\,ds$.

$F(x) = \begin{cases} 1, & |x| < a \\ 0, & |x| > a \end{cases}$ అయితే $F(x)$ యొక్క ఫోరియర్ పరివర్తనను కనుగొనండి మరియు దాని నుండి $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin sa \cdot \cos sx}{s}\,ds$ ను కనుగొనండి.

Or

(b) Find the Fourier cosine transform of $\frac{1}{1+x^2}$.

$\frac{1}{1+x^2}$ యొక్క ఫోరియర్ కొసైన్ పరివర్తనను కనుగొనండి.

13. (a) Find $F(x)$ of it $\bar{f}_s(s) = \frac{e^{-as}}{s}$. Hence deduce that $F_s^{-1}\left\{\frac{1}{s}\right\}$.

$\bar{f}_s(s) = \frac{e^{-as}}{s}$ అయితే $F(x)$ ను కనుగొనండి మరియు దాని నుండి $F_s^{-1}\left\{\frac{1}{s}\right\}$ ను కనుగొనండి.

Or

(b) State and prove "Parseval's Identity" for Fourier transform.

ఫోరియర్ పరివర్తనకు "పార్శివల్స్ తత్సమమును" ప్రవచించి నిరూపించుము.

THREE YEAR B.A./B.Sc. DEGREE EXAMINATION — APRIL/MAY 2018

CHOICE BASED CREDIT SYSTEM

SIXTH SEMESTER

Part I — Mathematics

Paper : DSC — LAPLACE TRNASFORMS

(w.e.f. 2017-2018)

Time : 3 hours

Max. Marks : 75

SECTION – A

విభాగము – ఎ

Answer any FIVE of the following.

ఈ క్రింది వానిలో ఏవైన **ఐదు** ప్రశలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

(Marks : 5 × 5 = 25)

1. Find $L\left\{(\sin t - \cos t)^2\right\}$.

   $L\left\{(\sin t - \cos t)^2\right\}$ ను కనుగొనండి.

2. Find $L\left\{e^t \cos^2 t\right\}$.

   $L\left\{e^t \cos^2 t\right\}$ ను కనుగొనండి.

3. State and prove Second Shifting Theorem in Laplace transform.

   లాప్లాస్ పరివర్తనలోని రెండవ బదిలీ సిద్ధాంతంను ప్రవచించి నిరూపించుము.

4. Find $L\left\{t^2 \sin at\right\}$.

   $L\left\{t^2 \sin at\right\}$ ను కనుగొనండి.

[P.T.O.]

5. Find $L\left\{\frac{e^{-at}-e^{-bt}}{t}\right\}$.

$L\left\{\frac{e^{-at}-e^{-bt}}{t}\right\}$ ను కనుగొనండి.

6. Find $L^{-1}\left\{\frac{3s-2}{s-4s+20}\right\}$.

$L^{-1}\left\{\frac{3s-2}{s-4s+20}\right\}$ ను కనుగొనండి.

7. Find $L^{-1}\left\{\frac{s}{(s+2)(s-3)}\right\}$.

$L^{-1}\left\{\frac{s}{(s+2)(s-3)}\right\}$ ను కనుగొనండి.

8. Find $L^{-1}\left\{\log\left(\frac{s+3}{s+2}\right)\right\}$.

$L^{-1}\left\{\log\left(\frac{s+3}{s+2}\right)\right\}$ ను కనుగొనండి.

SECTION – B

విభాగము – బి

Answer ALL questions.

అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

(Marks : 5 × 10 = 50)

9. (a) Find $L\{F(t)\}$, where $F(t)=\begin{cases}\cos\left(t-\frac{2\pi}{3}\right) & \text{if } t>\frac{2\pi}{3}\\ 0 & \text{if } t<\frac{2\pi}{3}\end{cases}$.

$F(t)=\begin{cases}\cos\left(t-\frac{2\pi}{3}\right) & \text{if } t>\frac{2\pi}{3}\\ 0 & \text{if } t<\frac{2\pi}{3}\end{cases}$ అయితే $L\{F(t)\}$ ను కనుగొనండి.

Or

(b) If $F(t)$ is piecewise continuous function on every finite interval $t \geq 0$ and is of exponential order 'a' as $t \to \infty$ then show that the Laplace transform of $F(t)$ exists for all $s > a$.

$t \geq 0$ అగునట్లు ప్రతి పరిమిత అంతరములో $F(t)$ అనునది పీస్వైస్ (piecewise) అవిచ్ఛిన్న ప్రమేయం మరియు $t \to \infty$ అగునట్లు a ఘాత తరగతి అయితే $F(t)$ నకు $s > a$ అగునట్లు లాప్లాస్ పరివర్తన వ్యవస్థితం అని చూపండి.

10\. (a) Find $L\{t^3 \cos t\}$.

$L\{t^3 \cos t\}$ ను కనుగొనండి.

Or

(b) State and prove Initial Value Theorem.

ప్రారంభ విలువ సిద్ధాంతను ప్రవచించి నిరూపించుము.

11\. (a) Prove that $\int_0^\infty t^3 e^{-t} \sin t \, dt = 0$.

$\int_0^\infty t^3 e^{-t} \sin t \, dt = 0$ అని నిరూపించండి.

Or

(b) Find $L\{J_0(t)\}$ and hence deduce that

(i) $L\{J_0(at)\}$.

(ii) $L\{e^{-at} J_0(at)\}$ where $J_0(t)$ is Bessel function of order zero.

$L\{J_0(t)\}$ ను కనుగొనండి మరియు దాని నుండి

(i) $L\{J_0(at)\}$.

(ii) $L\{e^{-at} J_0(at)\}$ ను కనుగొనండి. $J_0(t)$ అనునది శూన్య తరగతి బెస్సెల్ ప్రమేయం.

12. (a) If $L^{-1}\left\{\frac{s}{(s^2+1)^2}\right\}=\frac{1}{2}t\sin t$ then find $L^{-1}\left\{\frac{32s}{(16s^2+1)^2}\right\}$.

$L^{-1}\left\{\frac{s}{(s^2+1)^2}\right\}=\frac{1}{2}t\sin t$ అయితే $L^{-1}\left\{\frac{32s}{(16s^2+1)^2}\right\}$ ను కనుగొనండి.

Or

(b) Find inverse Laplace transform of $\left\{\frac{3s+1}{(s+1)(s^2+1)}\right\}$.

$\left\{\frac{3s+1}{(s+1)(s^2+1)}\right\}$ యొక్క విలోమ లాప్లాస్ పరివర్తనను కనుగొనండి.

13. (a) State and prove convolution theorem in inverse Laplace transform.

విలోమ లాప్లాస్ పరివర్తనలోని కన్వొల్యూషన్ సిద్ధాంతంను ప్రవచించి నిరూపించండి.

Or

(b) By using Heaviside's expansion formula find $L^{-1}\left\{\frac{19s+37}{(s+1)(s-2)(s+3)}\right\}$.

హెవీసైడ్ విస్తరణ సూత్రంను ఉపయోగించి $L^{-1}\left\{\frac{19s+37}{(s+1)(s-2)(s+3)}\right\}$ ను కనుగొనండి.

———————